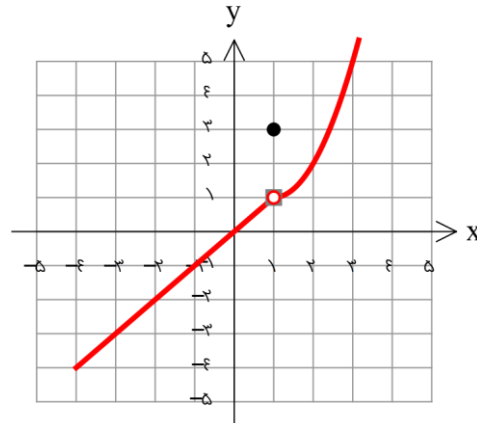
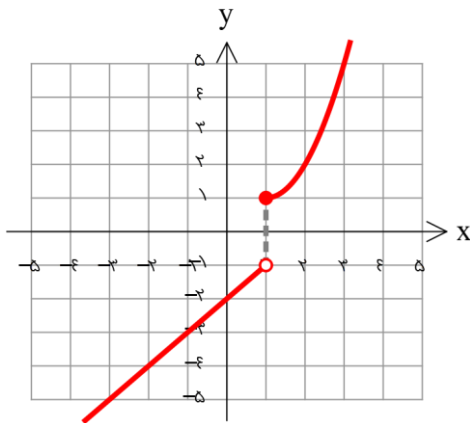




درس پنجم : پیوستگی

گاهی اوقات می بینیم که نمودار یک تابع در یک یا چند نقطه از هم گسسته شده است اگر دقت کنیم می بینیم که در این نقاط یا حد وجود ندارد و یا اگر وجود دارد مقدار تابع در آن نقطه با حد تابع متفاوت است . به نمودارهای زیر توجه کنید :



در نتیجه

پیوستگی : برای آنکه تابع در یک نقطه پیوسته باشد باید در آن نقطه :

الف) مقدار داشته باشد .

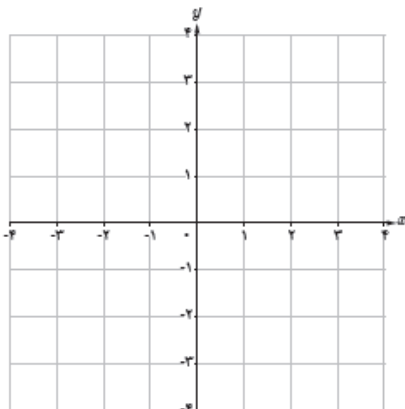
ب) حد داشته باشد .

ج) حد تابع با مقدار تابع برابر باشد . $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

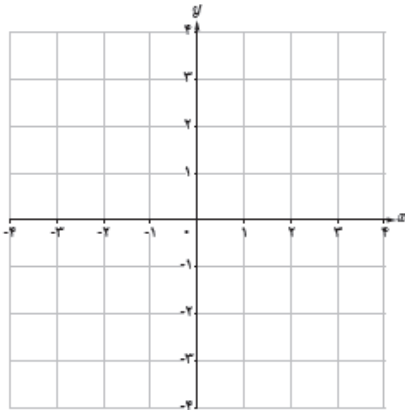
در غیر این صورت تابع را در آن نقطه ناپیوسته می گویند .

تمرین : نمودار تابعی را رسم کنید که :

الف) در ۱ حد داشته و مقدار داشته ولی پیوسته نباشد .

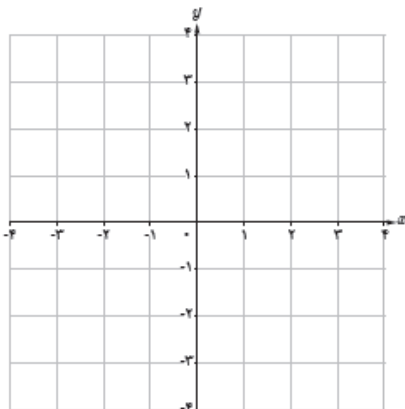


ب) در ۱ مقدار نداشته و حد داشته باشد .



ج) در دو نقطه ناپیوسته باشد که در یکی حد داشته

و در دیگری حد نداشته باشد .



تمرین : تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ از نظر پیوستگی در $x = 2$ چگونه است ؟

تمرین : تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & x \neq 2 \\ 4 & x = 2 \end{cases}$ از نظر پیوستگی در $x = 2$ چگونه است ؟

تمرین : پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} [x] + 3 & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ \frac{x + |x|}{\sin x} & x > 0 \end{cases}$ را در $x = 0$ بررسی کنید .

تمرین: مقدار a را طوری بیابید که تابع

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + a & x \geq -1 \\ |x+1| & x < -1 \end{cases}$$

در $x = -1$ پیوسته باشد.

تمرین: مقدار a و b را طوری بیابید که تابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x} & x > 0 \\ a + b & x = 0 \\ \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

در $x = 0$ پیوسته باشد.

تمرین: تابع $y = [\sin x]$, $y = [\cos x]$ در $x = \pi$ از نظر پیوستگی چگونه هستند ؟

پیوستگی راست: تابع f در a از راست پیوسته است (پیوستگی راست دارد) هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

پیوستگی چپ: تابع f در a از چپ پیوسته است (پیوستگی چپ دارد) هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

تمرین : تابع $f(x) = x - [x]$ در نقاط صحیح چه نوع پیوستگی را دارد ؟

پیوستگی در بازه : تابع f در بازه $[a, b]$ پیوسته است اگر و تنها اگر در هر نقطه (a, b) پیوسته باشد و در b پیوستگی چپ و در a پیوستگی راست داشته باشد .

تمرین : تابع $y = [x]$ در بازه $[1, 2]$ از نظر پیوستگی چگونه است ؟

تمرین : تابع $y = [x^2]$ در بازه $(2, k)$ پیوسته است . حداکثر مقدار k را بیابید .

تمرین : تابع $y = \left[\frac{x+1}{2} \right]$ در بازه $(1, k)$ فقط یک نقطه ناپیوستگی دارد . حداکثر مقدار k چقدر است ؟

تمرین : بزرگ ترین بازه ای که تابع $y = 1 - \sqrt{2x-3}$ در آن پیوسته است را بنویسید .

تمرین : تمرین های صفحه ۱۵۱ را حل کنید .